

Batching y scheduling simultáneos en ambientes multiplanta empleando caminos de producción

Sergio Ackermann¹, Yanina Fumero¹, Jorge Marcelo Montagna¹

¹ INGAR, Instituto de desarrollo y diseño (CONICET-UTN),
Avellaneda 3657 (3000) Santa Fe, Argentina
{sackermann, yfumero, montana}@santafe-conicet.gov.ar

Resumen. En la actualidad, cada vez más a menudo las empresas deciden llevar a cabo la producción en múltiples plantas, ubicadas de manera estratégica para mejorar la utilización de los recursos disponibles y mejorar el servicio a los clientes. Esta tendencia requiere resolver el problema de programación de la producción a corto plazo, conocido como scheduling de la producción, en ambientes productivos multiplanta. Cuando se trata con plantas de producción por lotes o plantas batch, el problema resultante es de gran complejidad computacional, y éste es el principal motivo por el que hay muy pocos trabajos que aborden esa situación en particular, con características específicas. En este escrito se presenta una formulación mixta-entera lineal (MILP) basada en caminos de producción y con representación de tiempo discreto para la resolución simultánea de los problemas de batching y scheduling en un ambiente productivo compuesto por múltiples plantas batch multiproducto multietapa. Las plantas cuentan con unidades diferentes operando en paralelo y fuera de fase en cada etapa y operan bajo la política de transferencia de espera cero (ZW), es decir, no se admite almacenamiento intermedio entre etapas. La función objetivo consiste en minimizar el makespan, esto es, minimizar el tiempo total requerido por todas las plantas para procesar completamente un conjunto de órdenes requeridas. Se presenta un ejemplo para evaluar la capacidad del modelo y su performance computacional.

1 Introducción

Cada vez con mayor frecuencia, la producción en una planta única se reemplaza por ambientes de producción compuestos por varias plantas (denominados multiplanta), ubicadas estratégicamente de acuerdo a la disponibilidad y costo de los recursos o para brindar un mejor servicio a los clientes. A medida que la producción se desagrega en varias plantas, las cuales pueden tener diferencias en cuanto a dimensiones, eficiencia y condiciones de operación, aumenta la necesidad de utilizar scheduling multiplanta en ambientes del mundo real, tales como la producción de alimentos y la industria química. Para lograr la eficiencia productiva en un ambiente multiplanta, una de las decisiones más importantes consiste en elegir qué planta procesa cada orden, asumiendo que una orden debe ser completamente elaborada en una planta. Por lo tanto, no se puede resolver cada planta por separado.

En el contexto de plantas de producción batch, las cuales permiten procesar múltiples productos usando el mismo equipamiento y satisfacer órdenes con características específicas solicitadas por los clientes, la producción es muy variable en el tiempo y por lo tanto la programación de la producción a corto plazo, conocida como problema de scheduling de la producción, resulta fundamental para lograr una operación eficiente. Debido a su importancia para la productividad y las dificultades que presenta, numerosos estudios han tratado el problema de scheduling de la producción en plantas de procesos batch durante las tres últimas décadas, acerca de los cuales existen exhaustivas revisiones, cubriendo desde aspectos teóricos hasta diferentes alternativas, representaciones y métodos de solución ([1] - [4]).

En particular, en este trabajo se estudia el caso de plantas batch de producción secuencial, multietapa y con unidades diferentes operando en paralelo en cada etapa, donde cada batch sigue la misma secuencia a través de toda la planta. Debido a la complejidad computacional, el problema de planeamiento de la producción a corto plazo usualmente se descompone para su solución en dos etapas: en primera instancia se determina el número y tamaño de batches a procesar (problema de batching), y luego, con esos valores como datos, se realiza la asignación de los batches a las unidades y su secuenciamiento, calculando los tiempos iniciales y finales de procesamiento (problema de scheduling). Ese procedimiento conduce, en general, a soluciones subóptimas, por lo que, para el caso de una única planta, se desarrollaron recientemente varias formulaciones de programación matemática para la resolución simultánea del batching y scheduling, cada una con sus características específicas ([5] - [15]). Sin embargo, en ambientes de producción multiplanta el problema ha sido escasamente tratado ([16] - [19]).

En este trabajo se propone un novedoso modelo MILP, basado en el concepto de caminos de producción y con una representación de tiempo discreto, para la resolución simultánea de los problemas de batching y scheduling en ambientes multiplanta compuestos por plantas batch multiproducto y multietapa, con unidades diferentes operando en paralelo en cada etapa. El concepto de caminos de producción fue introducido por Ackermann y col. [15] para el caso de una única planta, donde demostraron ser computacionalmente eficientes. En este trabajo se asume que se debe procesar un conjunto conocido de órdenes. El problema consiste en determinar en qué planta del complejo se procesará cada orden, el número y tamaño de los batches requeridos para satisfacer cada orden, la asignación de esos batches a las unidades, como así también realizar su secuenciamiento determinando sus tiempos inicial y final de procesamiento en cada etapa, con el objetivo de minimizar el makespan, esto es, el tiempo total requerido para completar todas las órdenes en todas las plantas.

2 Formulación del problema

Se considera un ambiente productivo multiplanta, conformado por $p \in P$ plantas batch multiproducto y multietapa. Se denota con $k \in KJ_{jp}$, al conjunto de unidades de diferentes tamaños que operan en paralelo y fuera de fase en la etapa $j \in J$ de la planta

$p \in P$. Cada planta puede procesar cualquier orden monoprodueto $d \in D$, las cuales tienen asociado un tamaño Q_d , fecha de emisión RD_d , y fecha de vencimiento DD_d .

El tamaño V_k de cada unidad $k \in KJ_{jp}$, el tiempo de procesamiento t_{dk} de un batch de la orden d en la unidad k , el factor de tamaño SF_{dj} y el porcentaje mínimo de ocupación α_{dk} en cada unidad k para procesar un batch de la orden d , son datos del problema.

Se supone que no se cuenta con almacenamiento intermedio entre etapas y se adopta la política de transferencia de espera cero (ZW), es decir, cuando un batch termina su procesamiento en una etapa, inmediatamente debe ser transferido a una unidad de la etapa siguiente.

2.1 Definición de los caminos de producción

Cada batch se procesa completamente en una única planta, por lo tanto, los caminos de producción se definen para cada planta $p \in P$ como el conjunto R_p de las $|J|$ -uplas de la forma $(k_1, k_2, \dots, k_{|J|})$ donde $k_1 \in KJ_{1p}, k_2 \in KJ_{2p}, \dots, k_{|J|} \in KJ_{|J|p}$. Es decir, cada camino de la planta p está compuesto exactamente por una unidad de cada etapa de esa planta. Se denotan con $r \in R = \bigcup_{p \in P} R_p$ todos los caminos que componen el

ambiente multiplanta y el cardinal de este conjunto es $|R| = \sum_{p \in P} |R_p| = \sum_{p \in P} \prod_{j=1}^{|J|} |KJ_{jp}|$.

2.2 Cotas para el número de batches

Puesto que las plantas pueden diferir en el número de unidades por etapa y en el tamaño de dichas unidades, las cotas para el número de batches en que se puede dividir cada orden se determina para cada planta en particular.

Sea KR_r el conjunto que contiene las unidades que forman el camino r . Entonces, los tamaños mínimo y máximo admisibles para un batch de la orden d asignado al camino r están dados, respectivamente, por las siguientes expresiones:

$$B_{dr}^{\min} = \max_{j \in J} \{B_{drj}^{\min}\} \quad \forall d \in D, r \in R_p, p \in P \quad (1)$$

$$B_{dr}^{\max} = \min_{j \in J} \{B_{drj}^{\max}\} \quad \forall d \in D, r \in R_p, p \in P \quad (2)$$

donde

$$B_{drj}^{\min} = \alpha_{dk} \frac{V_k}{SF_{dj}} \quad \forall d \in D, r \in R_p, p \in P, j \in J, k \in KR_r, k \in KJ_{jp} \quad (3)$$

$$B_{drj}^{\max} = \frac{V_k}{SF_{dj}} \quad \forall d \in D, r \in R_p, p \in P, j \in J, k \in KR_r, k \in KJ_{jp} \quad (4)$$

Los parámetros B_{drj}^{\min} y B_{drj}^{\max} están bien definidos puesto que existe una única unidad k que pertenece a la etapa j de la planta p y camino r .

Para cada orden d y planta p , se define el conjunto F_{dp} conteniendo los caminos de la planta en los cuales es factible procesar un batch de esa orden. Por lo tanto, este conjunto contiene los caminos $r \in R_p$ que satisfacen la desigualdad $B_{dr}^{\min} \leq B_{dr}^{\max}$.

A partir de los tamaños factibles para los batches de la orden d en cada camino $r \in F_{dp}$, los tamaños mínimo y máximo posibles para un batch de esa orden en la planta p están dados por:

$$BP_{dp}^{\min} = \min_{r \in F_{dp}} \{B_{dr}^{\min}\} \quad \forall d \in D, p \in P \quad (5)$$

$$BP_{dp}^{\max} = \max_{r \in F_{dp}} \{B_{dr}^{\max}\} \quad \forall d \in D, p \in P \quad (6)$$

Entonces, el número mínimo de batches requeridos y el número máximo de batches admisibles para procesar la orden d en la planta p son, respectivamente:

$$NBP_{dp}^{\min} = \left\lfloor \frac{Q_d}{BP_{dp}^{\max}} \right\rfloor \quad \forall d \in D, p \in P \quad (7)$$

$$NBP_{dp}^{\max} = \left\lceil \frac{Q_d}{BP_{dp}^{\min}} \right\rceil \quad \forall d \in D, p \in P \quad (8)$$

donde las funciones piso y techo se utilizan para obtener números enteros.

2.3 Asignación de las órdenes a las plantas y determinación del número de batches

Es preciso tener en cuenta que al tratarse de un contexto multiplanta, una de las principales decisiones en este problema consiste en asignar cada orden a una determinada planta. Dicha asignación se realiza introduciendo la variable binaria W_{dp} definida como:

$$W_{dp} = \begin{cases} 1 & \text{si la orden } d \text{ se asigna a la planta } p \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

y la ecuación

$$\sum_{p \in P} W_{dp} = 1 \quad \forall d \in D \quad (9)$$

que exige que cada orden sea asignada a una única planta.

El número n de batches que se deben procesar en la planta p para satisfacer la orden d es una variable del modelo. Teniendo en cuenta las cotas inferior y superior para ese valor, se propone el conjunto de enteros positivos n , $NBP_{dp}^{\min} \leq n \leq NBP_{dp}^{\max}$, denotado por N_{dp} . Se introduce la variable binaria X_{dpn} para indicar el número seleccionado de batches para procesar la orden d asignada a la planta p :

$$X_{dpn} = \begin{cases} 1 & \text{si la orden } d \text{ se asigna a la planta } p \text{ y se divide en } n \text{ batches} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

la cual debe satisfacer la ecuación

$$\sum_{n \in N_{dp}} X_{dpn} = W_{dp} \quad \forall d \in D, p \in P \quad (10)$$

2.4 Asignación de los batches a los caminos

Los batches b asociados a la orden d se identifican, de acuerdo al número de batches que se requieren para satisfacer su demanda, de la siguiente manera: si la orden d se procesa en un único batch, este se indica como $b1$; si la orden d se divide en dos batches, ellos se nombran $b1$ y $b2$; y así sucesivamente. Para formalizar lo anterior, se introducen los conjuntos $DB_{dn} = \{b1, b2, \dots, bn\}$.

Se puede realizar un análisis más detallado de los caminos factibles F_d para procesar batches de la orden d , considerando simultáneamente la demanda Q_d de esa orden, el número de batches en que se divide y los tamaños admisibles en los caminos. A partir de esa consideración se puede demostrar que no todas las combinaciones batch-camino necesariamente son factibles. Sólo es posible procesar la orden d dividida en n batches $b1, b2, \dots, bn \in DB_{dn}$ asignados a los caminos $r_{m1}, r_{m2}, \dots, r_{mn} \in F_d$ (que pueden estar repetidos) si $\sum_{h=1}^n B_{dr_{mh}}^{\min} \leq Q_d \leq \sum_{h=1}^n B_{dr_{mh}}^{\max}$. Considerando que esta expresión

soporta diferentes asignaciones factibles, se selecciona sólo la que realiza la asignación batch-camino en forma creciente, eliminando las soluciones equivalentes. A partir de todas las asignaciones batch-camino que satisfacen las condiciones anteriores, se definen los conjuntos PR_{dpnb} que contienen los caminos r que efectivamente se pueden utilizar para procesar el batch $b \in DB_{dn}$.

La introducción de estos conjuntos reduce significativamente la combinatoria del problema de asignación batch-camino. Más aún, este preprocesamiento se realiza a priori, a partir de los datos disponibles.

Como cada batch requerido para completar el procesamiento de una orden en una planta se debe asignar a un único camino de producción, se define la variable binaria:

$$Z_{dpnbr} = \begin{cases} 1 & \text{si la orden } d \text{ se asigna a la planta } p, \text{ se divide en } n \text{ batches y el} \\ & \text{batch } b \text{ se asigna al camino } r \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Cabe remarcar que el subíndice b en la definición de la variable sirve para diferenciar los diferentes batches de la orden d , mientras que el subíndice n es el que indica cuántos batches se procesan.

Para asegurar la asignación de cada batch requerido a un único camino para su procesamiento, se plantea la siguiente igualdad:

$$\sum_{r \in PR_{dpnb}} Z_{dpnbr} = X_{dpn} \quad \forall d \in D, n \in N_{dp}, b \in DB_{dn}, p \in P \quad (11)$$

Con el objetivo de evitar soluciones redundantes, la asignación batch-camino se genera en orden ascendente:

$$\sum_{\substack{r' \in PR_{dpnb+1} \\ r' < r}} Z_{dpnb+1r'} \leq 1 - Z_{dpnbr} \quad \forall d \in D, n \in N_{dp}, n \geq 2, b, b+1 \in DB_{dn}, r \in PR_{dpnb} \quad (12)$$

2.5 Restricciones temporales y de secuenciamiento

Se emplea una representación de tiempo discreto, proponiendo una grilla uniforme cuyos puntos se denotan con el índice $t \in T$, desde la fecha de emisión más temprana, la cual se asume igual a 0, hasta la fecha de vencimiento más tardía.

El tiempo total de procesamiento de un batch de la orden d en el camino r está dado por:

$$tt_{dr} = \sum_{k \in KR_r} t_{dk} \quad \forall d \in D, r \in F_{dp}, p \in P \quad (13)$$

luego, los posibles tiempos de inicio, denotados por $t \in TI_{dr}$, son aquellos que satisfacen $RD_d \leq t \leq DD_d - tt_{dr}$.

Cada batch procesado se debe asignar a un único tiempo de inicio en un camino de la planta en la que se procesa, para lo cual se introduce la variable binaria Y_{dpnbrt} :

$$Y_{dpnbrt} = \begin{cases} 1 & \text{si la orden } d \text{ dividida en } n \text{ batches se procesa en la planta } p \text{ y el} \\ & \text{batch } b \text{ se comienza a procesar en el camino } r \text{ en el tiempo } t \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

y se impone que la misma debe satisfacer la siguiente ecuación

$$\sum_{t \in TI_{dr}} Y_{dpnbrt} = Z_{dpnbr} \quad \forall d \in D, n \in N_{dp}, b \in DB_{dn}, r \in PR_{dpnb}, p \in P \quad (14)$$

El modelo propuesto sólo determina el punto de inicio de cada batch en el camino donde se procesa. El secuenciamiento se realiza de forma implícita imponiendo que, en cada unidad, el punto de tiempo t sólo se puede utilizar para procesar como máximo un batch, con lo cual se evita cualquier tipo de solapamiento.

Dadas la orden d y el camino $r \in F_{dp}$ factible para procesar un batch de esa orden en la planta p , para cada unidad $k \in KR_r$, se definen los parámetros TL_{drk} y TU_{drk} , correspondientes al tiempo total de procesamiento de cualquier batch de la orden d hasta la unidad k incluida y hasta la unidad anterior en el camino r , respectivamente:

$$TL_{drk} = \sum_{\substack{j'=1 \\ k' \in KR_r}}^j \sum_{\substack{k' \in KJ_{jp} \\ j'p}} t_{dk'} \quad \forall d \in D, j \in J, k \in KJ_{jp}, r \in F_{dp}, r \in RK_k, p \in P \quad (15)$$

$$TU_{drk} = \sum_{\substack{j'=1 \\ k' \in KR_r}}^{j-1} \sum_{\substack{k' \in KJ_{jp} \\ j'p}} t_{dk'} \quad \forall d \in D, j \in J, j \geq 2, k \in KJ_{jp}, r \in F_{dp}, r \in RK_k, p \in P \quad (16)$$

donde $TU_{drk} = 0$ para todo $d \in D, j = 1, k \in KJ_{1p}, p \in P, r \in F_{dp}$ y $r \in RK_k$, siendo RK_k el conjunto de caminos de producción que contienen a la unidad k .

Entonces, considerando los batches admisibles para satisfacer la demanda de cada orden y los caminos factibles para su procesamiento, la Ecuación 17 asegura que en el punto de tiempo t en la unidad k de la etapa j de la planta p se procesa a lo sumo un batch:

$$\sum_{d \in D} \sum_{n \in N_{dp}} \sum_{\substack{b \in DB_{dn} \\ r \in PR_{dpnb} \\ r \in RK_k}} \sum_{t'=t-TL_{drk}+1}^{t-TU_{drk}} Y_{dpnbrt'} \leq 1 \quad \forall j \in J, k \in KJ_{jp}, t \in T, p \in P \quad (17)$$

Para evitar la generación de soluciones simétricas, se impone que, si dos batches

$b < b'$ de la misma orden se asignan al mismo camino r , entonces b comienza su procesamiento antes que b' , esto es:

$$\sum_{\substack{t' \in TI_{dp} \\ t' < t + t_{dk}}} Y_{dpnb+1rt'} = 1 - Y_{dnbrt} \quad \forall d \in D, n \in N_{dp}, n \geq 2, b, b+1 \in DB_{dn}, t \in TI_{drp},$$

$$k \in KJ_{1p}, r \in PR_{dpnb}, r \in RK_k, p \in P \quad (18)$$

2.6 Satisfacción de la demanda

La demanda de cada orden se debe satisfacer con el número de batches seleccionados y los caminos donde éstos se asignan. Entonces:

$$\sum_{p \in P} \sum_{n \in N_{dp}} \sum_{b \in DB_{dn}} \sum_{r \in PR_{dpnb}} \sum_{t \in TI_{dr}} B_{dr}^{\min} Y_{dpnbtr} \leq Q_d \leq \sum_{p \in P} \sum_{n \in N_{dp}} \sum_{b \in DB_{dn}} \sum_{r \in PR_{dpnb}} \sum_{t \in TI_{dr}} B_{dr}^{\max} Y_{dpnbtr} \quad (19)$$

$$\forall d \in D$$

2.7 Función objetivo

El objetivo es minimizar el makespan (MK), esto es, el tiempo total requerido para procesar todas las órdenes. La siguiente ecuación asegura que MK es mayor o igual que el tiempo final de procesamiento de todas las órdenes:

$$MK \geq (t + t_{tr}) y_{dpnbtr} \quad \forall d \in D, n \in N_{dp}, b \in DB_{dn}, r \in PR_{dpnb}, t \in TI_{drp}, p \in P \quad (20)$$

Finalmente, el modelo se formula como:

$$\text{Minimizar } MK \quad (21)$$

sujeto a las restricciones (9)-(12), (14) y (17)-(20).

3 Ejemplo ilustrativo

Se considera un ambiente productivo compuesto por tres plantas de dos etapas cada una, donde las dos primeras tienen dos unidades en cada etapa mientras que la tercera cuenta con tres unidades en cada etapa. La estructura de las plantas, junto al tamaño máximo de las unidades, se muestra en la Figura 1.

De acuerdo a la estructura de las plantas, se pueden definir 17 caminos diferentes. Las unidades que componen cada camino, como así también los tamaños mínimos y máximos de un batch en cada uno de ellos, se muestran en la Tabla 1. Para calcular los mínimos, se supone que el porcentaje mínimo de ocupación es 70% para todas las unidades y todas las órdenes.

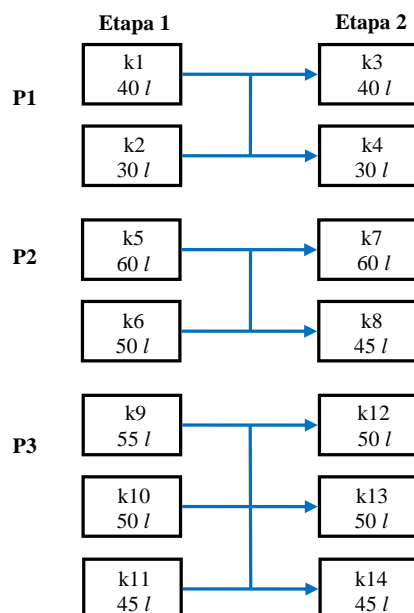


Fig. 1. Estructura de la planta

Tabla 1. Definición de los caminos y tamaños admisibles para los batches

Planta	Camino	Composición del camino		$\forall d,$	$\forall d,$
		Etapa 1	Etapa 2	$B_{dr}^{\min} (l)$	$B_{dr}^{\max} (l)$
P1	r1	k1	k3	28	40
	r2	k1	k4	28	30
	r3	k2	k3	28	30
	r4	k2	k4	21	30
P2	r5	k5	k7	42	60
	r6	k5	k8	42	45
	r7	k6	k7	42	50
	r8	k6	k8	31.5	45
P3	r9	k9	k12	38.5	50
	r10	k9	k13	38.5	50
	r11	k9	k14	38.5	40
	r12	k10	k12	35	50
	r13	k10	k13	35	50
	r14	k10	k14	35	40
	r15	k11	k12	35	45
	r16	k11	k13	35	45
	r17	k11	k14	31.5	40

Se debe procesar un conjunto de treinta órdenes $\{d1, d2, \dots, d30\}$, cuyas demandas, fechas de emisión y vencimiento se presentan en la Tabla 2, mientras que los tiempos de procesamiento se proveen en la Tabla 3.

Para la resolución del problema se propone una grilla de tiempos equiespaciada de 46 puntos, desde 0 hasta 45 con longitud de paso 1.

Tabla 2. Demandas, fechas de emisión y vencimiento, y tiempos de procesamiento

Orden	Parámetro		
	$Q_d (l)$	$RD_d (h)$	$DD_d (h)$
d1	80	12	35
d2	50	0	35
d3	30	0	15
d4	105	0	30
d5	70	6	30
d6	40	0	20
d7	105	8	35
d8	45	6	20
d9	25	0	20
d10	55	10	30
d11	40	0	35
d12	90	0	25
d13	50	0	20
d14	105	0	30
d15	120	0	20
d16	30	6	20
d17	95	15	35
d18	80	10	30
d19	50	10	30
d20	30	10	35
d21	105	15	35
d22	70	15	30
d23	40	15	40
d24	100	18	40
d25	45	18	40
d26	25	18	35
d27	55	22	45
d28	40	22	45
d29	90	22	45
d30	50	22	45

El modelo fue implementado en GAMS versión 24.7.4 en un procesador Intel Core i7, 8 GB de RAM y 3.6 GHz. El problema MILP fue resuelto utilizando el resolutor CPLEX 12.6.3. Las estadísticas computacionales indican que consta de 24736 ecuaciones, 24753 variables binarias y 1 variable continua. Demandó un tiempo de

CPU de 537 segundos, lo que es un excelente valor teniendo en cuenta la dimensión del problema.

Tabla 3. Tiempos de procesamiento

d	P1				P2				P3					
	j1		j2		j1		j2		j1		j2			
	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9	k10	k11	k12	k13	k14
d1	4	4	3	3	6	4	5	5	8	8	7	6	6	5
d2	4	4	3	3	6	4	5	5	8	8	7	6	5	5
d3	4	4	3	3	6	4	5	5	8	8	7	6	5	5
d4	5	4	3	3	5	6	4	4	6	6	6	5	5	5
d5	5	4	3	3	5	6	4	4	6	6	6	5	5	5
d6	5	4	3	3	5	6	4	4	6	6	6	5	5	5
d7	3	4	2	2	5	7	3	3	7	7	6	4	4	4
d8	3	4	2	2	5	7	3	3	7	7	6	4	4	4
d9	3	4	2	2	5	7	3	3	7	7	6	4	4	4
d10	5	5	3	3	5	5	2	2	8	8	7	6	6	5
d11	5	5	3	3	5	5	2	2	8	8	7	6	6	5
d12	5	5	3	3	7	7	4	4	6	6	6	5	5	5
d13	5	5	3	3	7	7	4	4	6	6	6	5	5	5
d14	4	4	4	4	3	3	3	3	6	6	5	4	4	4
d15	5	5	3	3	7	7	4	4	6	6	6	5	5	5
d16	4	4	3	3	6	4	5	5	8	8	7	6	6	5
d17	4	4	4	4	3	3	3	3	6	6	5	4	4	4
d18	4	4	3	3	6	4	5	5	8	8	7	6	6	5
d19	4	4	3	3	6	4	5	5	8	8	7	6	6	5
d20	4	4	3	3	6	4	5	5	8	8	7	6	6	5
d21	5	4	3	3	5	6	4	4	6	6	6	5	5	5
d22	5	4	3	3	5	6	4	4	6	6	6	5	5	5
d23	5	4	3	3	5	6	4	4	6	6	6	5	5	5
d24	3	4	2	2	5	7	3	3	7	7	6	4	4	4
d25	3	4	2	2	5	7	3	3	7	7	6	4	4	4
d26	3	4	2	2	5	7	3	3	7	7	6	4	4	4
d27	5	5	3	3	5	5	2	2	8	8	7	6	6	5
d28	5	5	3	3	5	5	2	2	8	8	7	6	6	5
d29	5	5	3	3	7	7	4	4	6	6	6	5	5	5
d30	5	5	3	3	7	7	4	4	6	6	6	5	5	5

La solución óptima se resume en la Tabla 4, donde se provee la planta en que se procesa cada orden, el número de batches en que se divide, el camino al que se asigna cada batch y su tiempo inicial y final de procesamiento. Para satisfacer las treinta órdenes se requiere procesar un total de 47 batches y el valor óptimo de la función objetivo es de 36 horas.

Tabla 4. Batching y scheduling óptimos

Orden	Planta	Batch	Camino	Tiempo inicial (h)	Tiempo final (h)
d1	P1	b1	r1	12	19
		b2	r1	16	23
d2	P2	b1	r7	3	12
d3	P1	b1	r1	0	7
d4	P2	b1	r5	8	17
		b2	r6	3	12
d5	P3	b1	r14	12	23
		b2	r15	12	23
d6	P1	b1	r1	4	12
d7	P1	b1	r1	9	14
		b2	r1	20	25
		b3	r4	18	24
d8	P3	b1	r16	6	16
d9	P1	b1	r4	0	6
d10	P2	b1	r5	13	20
d11	P2	b1	r8	7	14
d12	P3	b1	r10	12	23
		b2	r11	0	11
d13	P3	b1	r9	6	17
d14	P2	b1	r5	0	6
		b2	r8	0	6
d15	P3	b1	r12	0	11
		b2	r14	6	17
		b3	r16	0	11
d16	P1	b1	r4	6	13
d17	P2	b1	r7	17	23
		b2	r8	24	30
d18	P2	b1	r7	20	29
		b2	r8	12	21
d19	P1	b1	r4	14	21
		b2	r4	22	29
d20	P1	b1	r4	10	17
d21	P2	b1	r5	24	33
		b2	r6	18	27
d22	P3	b1	r13	19	30
		b2	r17	18	29
d23	P1	b1	r1	26	34
d24	P1	b1	r1	23	28
		b2	r2	31	36
		b3	r3	30	36
d25	P3	b1	r9	18	29
d26	P1	b1	r4	26	32
d27	P2	b1	r5	29	36
d28	P2	b1	r8	28	35
d29	P3	b1	r9	25	36
		b2	r17	24	35
d30	P3	b1	r13	25	36

La Figura 2 muestra el diagrama de Gantt de la solución óptima

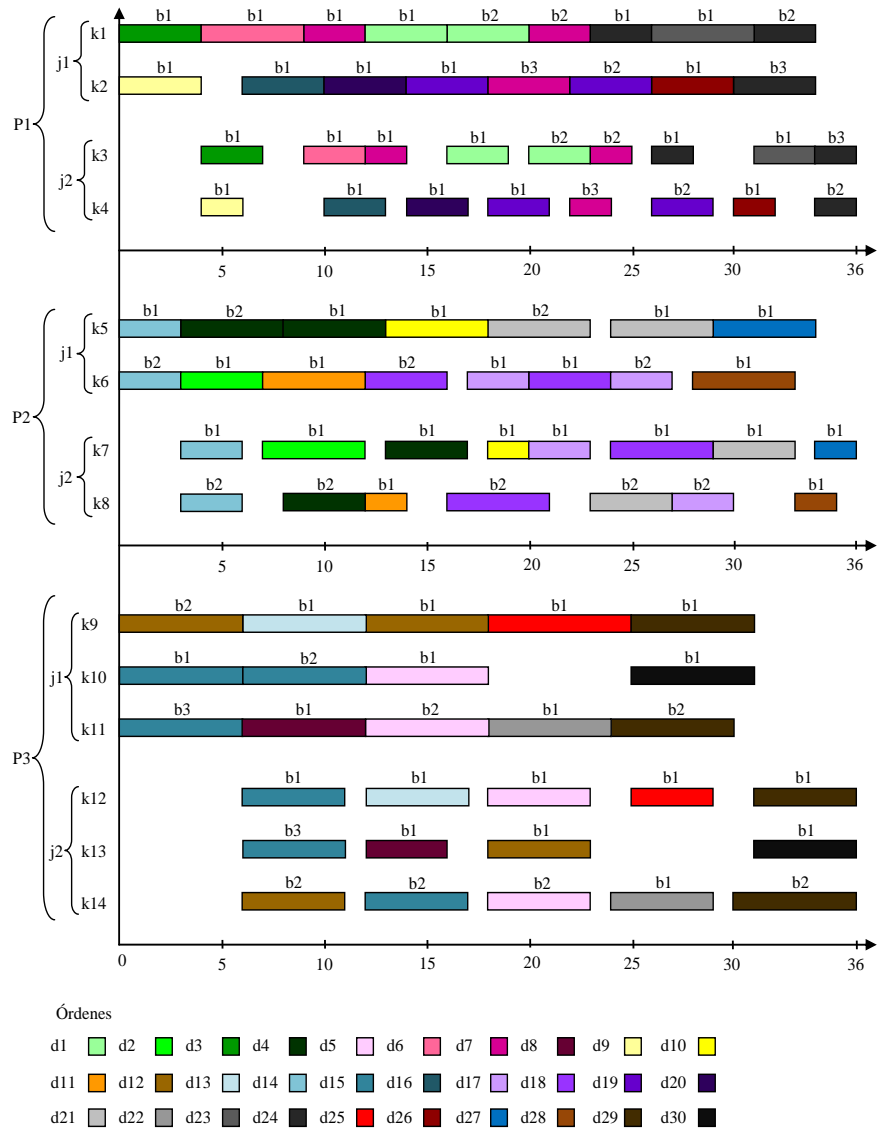


Fig. 2. Diagrama de Gantt de la solución óptima

4 Conclusiones

El modelo presentado resuelve de manera simultánea los problemas de batching y scheduling en ambientes productivos compuestos por múltiples plantas batch multi-producto multietapa con unidades diferentes operando en paralelo en cada etapa, que no cuentan con almacenamiento intermedio entre etapas y operan adoptando la política de transferencia de espera cero (ZW). En la solución óptima se proporciona la planta en que se procesa cada orden, el número y tamaño de batches requeridos para completar cada orden, el camino de producción donde se procesa cada batch (lo cual es equivalente a proporcionar todas las unidades donde se procesa) y su tiempo inicial y final de procesamiento, de modo que se minimice el makespan.

Como se evidencia a partir del resultado obtenido en el ejemplo, la formulación propuesta permite resolver problemas de considerable tamaño en un tiempo computacional reducido, lo que la convierte en una herramienta de utilidad práctica para optimizar la operación a corto plazo de ambientes productivos multiplanta. De todos modos se pretende continuar trabajando en esta formulación a fin de mejorar la performance para casos de mayor dimensión, como así también introducir situaciones más complejas: almacenamiento intermedio, tiempos de changeover, etc.

Referencias

1. Méndez, C. A., Cerdá, J., Grossmann, I. E., Harjunkoski, I., Fahl, M.: State-of-the-art review of optimization methods for short-term scheduling of batch processes. *Comput. Chem. Eng.* (2006) 30(6–7), 913–946.
2. Maravelias, C. T.: General framework and modeling approach classification for chemical production scheduling. *AIChE Journal* (2012) 58(6), 1812–1828.
3. Harjunkoski, I., Maravelias, C., Bongers, P., Castro, P., Engell, S., Grossmann, I., Hooker, J., Méndez, C., Sand, G., Wassick, J.: Scope for industrial applications of production scheduling models and solution methods. *Comput. Chem. Eng.* (2014) 62, 161–193.
4. Castro, P. M., Grossmann, I. E., Zhang, Q.: Expanding scope and computational challenges in process scheduling. *Comp. Chem. Eng.* (2018) 114, 14–42.
5. Lim, M., Karimi, A. I.: A slot-based formulation for single-stage multiproduct batch plants with multiple orders per product. *Ind. Eng. Chem. Res.* (2003) 42, 1914–1924.
6. Prasad, P., Maravelias, C. T.: Batch selection, assignment and sequencing in multi-stage multi-product processes. *Comput. Chem. Eng.* (2008) 32, 1106–1119.
7. Sundaramoorthy, A., Maravelias, C. T.: Simultaneous batching and scheduling in multistage multiproduct processes. *Ind. Eng. Chem. Res.* (2008) 47, 1546–1555.
8. Sundaramoorthy, A., Maravelias, C. T.: Modeling of storage in batching and scheduling of multistage processes. *Ind. Eng. Chem. Res.* (2008) 47, 6648–6660.
9. Marchetti, P. A., Méndez, C. A., Cerdá, J.: Mixed-Integer Linear Programming Monolithic Formulations for Lot-Sizing and Scheduling of Single-Stage Batch Facilities. *Ind. Eng. Chem. Res.* (2010) 49, 6482–6498.
10. Marchetti, P. A., Méndez, C. A., Cerdá, J.: Simultaneous lot sizing and scheduling of multistage batch processes handling multiple orders per product. *Ind. Eng. Chem. Res.* (2012) 51, 5762–5780.

11. Fumero, Y., Corsano, G., Montagna, J. M.: Simultaneous batching and scheduling of batch plants that operate in a campaign-mode, considering nonidentical parallel units and sequence-dependent changeovers. *Ind. Eng. Chem. Res.* (2014) 53, 17059–17074.
12. Sundaramoorthy, A., Maravelias, C. T., Prasad, P.: Scheduling of multistage batch processes under utility constraints. *Ind. Eng. Chem. Res.* (2009) 48, 6050–6058.
13. Sundaramoorthy, A., Maravelias, C. T.: Computational study of network-based mixed-integer programming approaches for chemical production scheduling. *Ind. Eng. Chem. Res.* (2011) 50(9), 5023–5040.
14. Merchan, A. F., Lee, H., Maravelias, C. T.: Discrete-time mixed-integer programming models and solution methods for production scheduling in multistage facilities. *Comput. Chem. Eng.* (2016) 94, 387–410.
15. Ackermann, S., Fumero, Y., Montagna, J. M.: New problem representation for the simultaneous resolution of batching and scheduling in multiproduct batch plants. *Ind. Eng. Chem. Res.* (2021) 60(6), 2523–2535.
16. Kopanos, G. M., Puigjaner, L.: Multi-site scheduling/batching and production planning for batch process industries. *Comput. Aided Chem. Eng.* (2009) 27, 2109.
17. Terrazas-Moreno, S., Grossmann, I. E.: A multiscale decomposition method for the optimal planning and scheduling of multi-site continuous multiproduct plants. *Chem. Eng. Science.* (2011) 66, 4307.
18. Behnamian, J., Fatemi Ghomi, S. M. T.: The heterogeneous multi-factory production network scheduling with adaptive communication policy and parallel machine. *Inf. Sci.* (2013) 219, 181.
19. Ackermann, S., Fumero, Y., Montagna, J. M.: Optimization framework for the simultaneous batching and scheduling of multi-site production environments. *Ind. Eng. Chem. Res.* (2018) 57 (48), 16395.